

# 基于势函数模糊聚类量化的小波图象压缩

杨旭东 王万良

(浙江工业大学信息工程学院, 杭州 310014)

**摘要** 基于小波变换的图象压缩是图象压缩的一项成功技术,并且具有越来越重要的作用,但基于小波变换的图象压缩算法在比特率较低时出现的边缘模糊现象仍然是一个公认的难题.为了在一定程度上减少比特率较低时,出现的边缘模糊现象,提出了一种基于势函数模糊聚类量化的新方法,用于对经过小波变换分解后所形成的数字图象高频子带小波系数进行量化.在量化过程中还考虑了高频子带的小波系数的分布特性和高频子带的小波系数对保存边缘、纹理等信息的重要性程度,也利用了模糊集合的特性.实验证明,在低比特率下,这种方法能较好地保存图象边缘和纹理等信息,从而在一定程度上提高了重构图象的主观质量.该方法在小波图象压缩的模糊聚类量化领域进行了一定的尝试.

**关键词** 小波变换 图象压缩 模糊聚类分析 量化

**中图分类号**: TN911.81 TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)01-0100-05

## Wavelet Image Compression Based on Potential Fuzzy Clustering Quantization

YANG Xu-dong, WANG Wan-liang

(Information Engineering Institute, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014)

**Abstract** The wavelet-based image compression is a successful technology, and plays more and more important role in the image compression fields. But the edge fuzzy phenomenon, which occurs in the wavelet-based image compression algorithms under low bit rates, remains an open question. In order to reduce the edge fuzzy phenomenon under low bit rates to some extent, a new method of wavelet image compression based on potential fuzzy clustering quantization has been presented in this paper. The potential fuzzy clustering method is applied to quantize the detail sub band images' wavelet coefficients after the image has been decomposed by the wavelet transform. This method has two advantages. One is it considers the statistical characteristics of each detail sub band images' wavelet coefficients and the importance of detail sub band images' wavelet coefficients for saving the edge and texture information of the original image. The second advantage is it makes use of the characteristics of fuzzy set. The experimental results show that this method can get satisfying results, the edge and texture information can be saved well under low bit rates, the edge fuzzy phenomenon is reduced to some extent. And the subjective quality of the reconstructed image is improved. This paper has made some tries on fuzzy clustering quantization method in the wavelet-based image compression fields.

**Keywords** Wavelet transform, Image compression, Fuzzy cluster analysis, Quantization

## 0 引言

图象压缩编码一直是信息处理技术研究中最为活

跃的领域之一,而基于小波变换的图象压缩编码技术是其中非常重要的一类方法,故受到了学术界的广泛关注.

基于小波变换的图象压缩编码,是利用小波变

换对图象进行多分辨率分解,即将原图象分解为不同空间、不同频率、不同方向的子带。其中在低频子带中集中了原图象的大部分能量,反映了图象的基本特征,而高频子带则反映了图象的细节。也就是说,在一个给定分辨率下,小波分解后的低频子带是原图象的一个逼近。由于在图象被分解成多个子带后,只要根据人眼视觉系统(HVS)对各个子带敏感程度的不同,为不同子带分配不同比特数就可以实现对图象的压缩,因而充分利用HVS的特点就可以得到较高的压缩比。

由于小波变换具有良好的空间-频率局部化特性,因此特别适合于非平稳信号的分析。虽然基于二进小波变换的快速算法在静态图象压缩中获得了较好的性能,然而,基于小波变换的图象压缩编码算法中一个公认的难题是,当比特率较低时,出现的边缘模糊现象。文献[1]在零树小波压缩算法的基础上,从抑制高频噪声和图象边缘对应系数的自适应量化等方面改进了算法,可在一定程度上减少边缘模糊现象的影响。

本文将从另一个角度去考虑这个问题。由于人眼对不同的边缘和纹理信息具有不同的敏感程度,所以本文采用了一个结合了高频子带小波系数对保存边缘和纹理信息的重要性程度和量化误差的势函数,即首先利用势函数找出各个高频子带的聚类中心,然后将该子带的小波系数进行模糊聚类量化的方法。这样一方面可以利用各个高频子带小波系数的分布特性来进行合理的聚类,另一方面高频子带中的边缘和纹理特性也可以较好地保存下来。

## 1 数字图象的小波分解

小波是由一个满足容许性条件  $c_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty$  的函数  $\psi(t)$  ( $\psi(t)$  为基本小波,  $\psi(\omega)$  为其傅立叶变换) 通过平移和伸缩而产生的函数族<sup>[2]</sup>

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

其中,  $t$  为函数的自变量,  $a$  为伸缩因子,  $b$  为平移因子。当  $a=2^k, b=2^l k, m, n \in \mathbf{Z}$  时, 其就是二进小波

$$\psi_{j,k} = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}t - k) \quad (2)$$

对于一个一维的函数  $f(t) \in L^2(\mathbf{R})$ , 以  $\psi_{a,b}(t)$  为基的连续小波变换可表示为

$$W_f(a,b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (3)$$

其中,  $\langle x, y \rangle$  代表内积运算, 上标 \* 代表取共轭。

可见, 小波变换的实质是通过将  $f(t)$  在小波函数族上作分解来得到关于  $f(t)$  的具有不同频域和时域分辨率的一组小波系数, 以实现信号的多分辨率分析。

利用小波变换进行图象的多分辨率分析时, 可采用 Mallat 的多分辨率快速算法, 因为运用该算法可使得对图象的小波变换能通过一组滤波器逐级进行, 并且一般是采用行列可分的二维小波变换, 即在行和列方向上分别进行一维小波变换。

图象数据的每一级小波分解总是将上一级的低频子带划分为更为精细的频带, 如在对图象进行多级小波分解后, 将得到一系列由多个高频子带和一个低频子带组成的倍频程划分的频带。小波分解图象的各个子带分别对应了原图象在不同尺度和不同分辨率下的细节, 以及一个由分解级数决定的最小尺度、最小分辨率下, 对原图象的逼近, 而且原图象的主要内容都体现在这个低频子带的数据中。小波分解图象的各个高频子带是原图象中的边缘、轮廓和纹理等细节的体现, 并且同一分辨率下的各个高频子带所表示的边缘、轮廓和纹理等信息的方向是不同的。由于根据 HVS 对各个子带敏感程度的不同, 为各个子带分配不同的比特数就可以实现对图象的压缩, 因此充分利用 HVS 的特点就可以得到较高的压缩比。

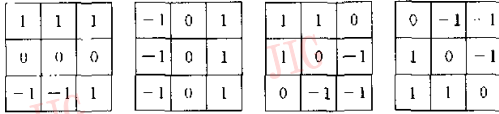
## 2 数字图象的势函数模糊聚类量化

图象经过小波变换分解后, 由于各个高频子带包含了图象的边缘、轮廓和纹理等细节信息, 而人眼对不同的边缘和纹理信息又具有不同的敏感性, 所以为了在低比特率下能较好地保存图象边缘、纹理信息, 并提高重构图象的主观质量, 就需要在对高频子带进行量化时, 考虑子带小波系数的分布特性和人眼的视觉特性。本文结合小波分解图象的特点, 利用势函数模糊聚类方法<sup>[3]</sup>, 提出了基于势函数模糊聚类量化的数字图象压缩方法, 并取得了较好的效果。

### 2.1 高频子带系数的重要性检测

这里高频子带系数的重要性指的是高频子带的小波系数对保存图象边缘和纹理信息的重要性。由

于不同的高频子带包含了不同方向的边缘、纹理等信息,所以本文对不同的高频子带采用不同的模板来检测图象的边缘和纹理信息。图 1 给出的 4 种模板能<sup>[4]</sup>检测水平方向、垂直方向和对角方向的边缘和纹理信息。对于水平和垂直均为高频的对角子带,采用两个对角模板分别检测,最后取最大的绝对值作为检测值。



(a)水平模板 (b)垂直模板 (c)对角模板 1 (d)对角模板 2

图 1 3×3 模板

现考虑某一特定的高频子带,用  $\theta(x, y)$  保存由上述模板中与该子带对应模板检测值的绝对值。

本文将子带小波系数  $w(x, y)$  ( $x, y$  表示系数在子带中的位置)的能量定义为

$$E_{x,y} = \frac{1}{9} \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 w(x+i, y+j) \quad (4)$$

将式(4)归一化,得

$$E'_{x,y} = \frac{E_{x,y} - \min_{x,y}\{E_{x,y}\}}{\max_{x,y}\{E_{x,y}\} - \min_{x,y}\{E_{x,y}\}} \quad (5)$$

由于子带小波系数的能量在一定程度上反映了系数的重要性程度,所以本文在对图象的边缘和纹理进行检测后,又利用  $E'_{x,y}$  进行调整,使得一些重要的边缘和纹理信息能进一步地显现。

$$\theta'(x, y) = \theta(x, y) \cdot E'_{x,y} \quad (6)$$

将式(6)进行归一化,得

$$\alpha_{x,y} = \frac{\theta'(x, y) - \min_{x,y}\{\theta'(x, y)\}}{\max_{x,y}\{\theta'(x, y)\} - \min_{x,y}\{\theta'(x, y)\}} \quad (7)$$

通过上述方法就可以得到该子带中各个小波系数对保存图象边缘和纹理信息的重要性程度  $\alpha_{x,y}$ 。

2.2 势函数模糊聚类量化方法

模糊集  $a$  可以由以下的有序对来定义<sup>[3]</sup>

$$\forall x \in X \quad a = \{x, \lambda_a(x)\} \quad \lambda_a(x) \in [0, 1] \quad (8)$$

其中,  $X$  为样本空间,  $x$  为样本空间中的点;  $\lambda_a(x)$  为隶属度,用来描述样本点  $x$  属于模糊集合  $a$  的程度。

模糊集合的引入使得一个样本可以以不同的隶属度同时属于多个不同的聚类,而一个模糊集就代表了一个聚类。下面给出本文中使用的隶属度函数

$$\lambda_a(x) = \exp\left\{-\frac{(x - \tilde{x})^2}{\sigma^2}\right\} \quad (9)$$

其中,  $\tilde{x}$  代表一个聚类的中心,  $\sigma$  用于控制隶属度函

数的下降趋势。

现考虑对某一特定的高频子带进行量化,设该高频子带的小波系数为  $w(x, y) \in X, x=1, 2, \dots, m, y=1, 2, \dots, n$ , 并且对该子带系数进行  $k$  级量化。

(1) 选取

$$\Delta = \frac{1}{k} (\max_{x,y}\{w(x, y)\} - \min_{x,y}\{w(x, y)\})$$

(2) 计算每个样本点势能值

$$P_{x,y} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \exp\{-\beta \alpha_{x,y} (w(x, y) - w(i, j))^2\} \quad (10)$$

其中,  $\beta$  为温度,当  $\beta \rightarrow 0$  时,所有样本收敛到一个聚类中心;当  $\beta \rightarrow \infty$  时,每个数据各成一个聚类;而适当的  $\beta$  值,则导致适当的聚类数。本文选取  $\beta$  满足

$$\exp\{-\beta(\Delta)^2\} \approx 0 \quad (11)$$

这样选取  $\beta$ , 使各个点的位势能只由与该点距离在  $\Delta$  范围内的点决定,然后选择具有最大势能值的数据点作为第 1 个聚类中心  $Z_1$ 。

采用这样的势函数,可以结合该子带小波系数对保存边缘、纹理信息的重要性程度和量化失真大小来进行聚类,也就是说,这已在一定程度上统一考虑了重构图象的主观质量和客观质量。

(3) 将满足下式的点  $w(i, j)$  (即小波系数)从整个数据集  $X$  中移去

$$\exp\{-\beta(Z_1 - w(i, j))^2\} > \epsilon \quad (12)$$

本文选取  $\epsilon$  满足

$$\exp\left\{-\beta\left(Z_1 - \frac{\Delta}{2}\right)^2\right\} = \epsilon \quad (13)$$

(4) 在剩下的数据集中,重新计算势能,再选择具有最大势能值的数据点作为第 2 个聚类中心  $Z_2$ , 同样将满足下式的点  $w(i, j)$  从剩下的数据集中移去

$$\exp\{-\beta(Z_2 - w(i, j))^2\} > \epsilon \quad (14)$$

(5) 依此类推,可以得到  $k$  个聚类中心。

(6) 在用势函数模糊聚类方法得到该子带小波系数的  $k$  个聚类中心后,再对所有本子带的小波系数  $w(x, y)$  取

$$\lambda_{z_i} = \max_{1 \leq i \leq k} \{\lambda_{z_i}(w(x, y))\} = \max_{1 \leq i \leq k} \{\exp\{-\beta(Z_i - w(x, y))^2\}\} \quad (15)$$

并且将  $w(x, y)$  归入取得  $\lambda_{z_i}(w(x, y))$  最大值的类  $Z_i$  中。上述过程中,  $\beta$  和  $\epsilon$  的选取主要考虑到聚类的数目  $k$ 。

通过上述步骤,就可以将该子带中所有的小波系数分别归入其相应的类中,然后用类的典型值来

代表系数值,就实现了量化。

### 3 实验结果

实验时,首先选用滤波器长度为7/9的双正交小波对Lena(512×512)图象和Barbara(512×512)

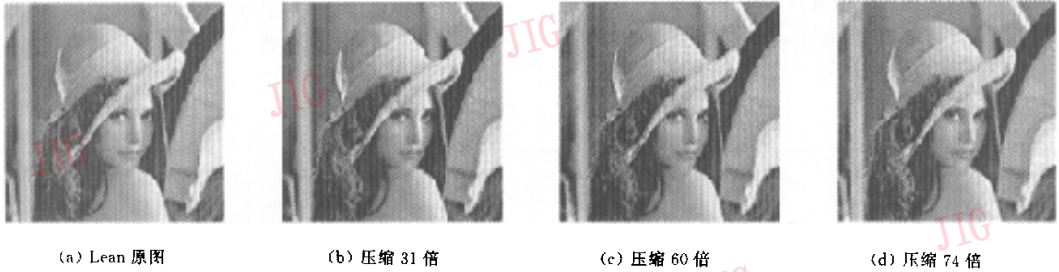


图2 使用势函数模糊聚类量化方法对Lena图象(512×512)进行量化编码的重构图象

从图2可以看出,使用势函数模糊聚类量化方法可以获得较好的压缩效果。在较高的压缩比下,图象的边缘信息仍可保存得较完整,重构图象具有较好的主观质量。

对于Barbara图而言,用一般的小波变换图象压缩算法进行压缩,许多边缘和纹理信息都会产生很大模糊现象,而用势函数模糊聚类量化方法,图象的纹理和边缘信息却能够较好地保存下来。图3是Barbara图象的桌布子图,图3(a)是用势函数模糊聚类量化方法进行量化编码的重构图象,图3(b)是用普通的均匀量化器进行量化编码的重构图象,两者的压缩倍数均在40倍左右。

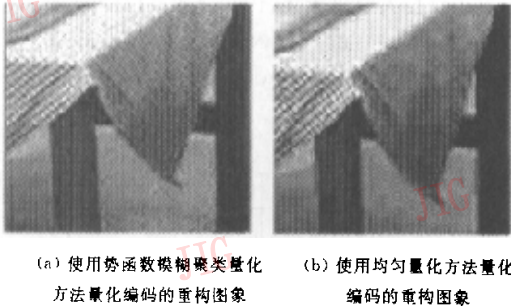


图3 本文方法量化和均匀量化实验结果比较

由图3两幅图的比较可以看到,图3(b)中桌布右边的纹理已完全模糊,而用势函数模糊聚类量化方法量化后的重构图象(图3(a))中,桌布的纹理较好地保存了下来,可见其重构图象的主观质量有较大的改善。

灰度图象进行三级小波分解,然后利用势函数模糊聚类量化方法来量化所有高频子带的小波系数,同时利用均匀量化方法<sup>[1]</sup>来对最低频子带的小波系数进行量化,最后用算术编码方法对量化后的图象进行编码。Lena图象量化编码后的重构图象如图2所示。

### 4 结论

本文将模糊聚类理论应用到图象高频子带小波系数的量化编码。由于利用势函数模糊聚类量化,不仅可以使图象高频子带小波系数的分布特性和高频子带小波系数对保存边缘和纹理信息的重要性程度相结合来获得较好的量化效果,并且图象的纹理和边缘信息能够较好地保存下来,因而改善了重构图象的主观质量。在这种量化方法中, $\beta$ 和 $\epsilon$ 的选取是一个非常关键的步骤,其选取的好坏将直接影响量化的效果。而本文利用 $\Delta$ 作为 $\beta$ 和 $\epsilon$ 选取的依据,这虽在一定的程度上简化了算法的复杂性,但从另一个角度来看,也限制了量化的效果,所以可以通过 $\beta$ 和 $\epsilon$ 的选取来改进算法的效果。另外,由于强调了边缘和纹理信息在量化过程中的作用,因而本文方法对图象上人眼相对不敏感的较为平坦的背景部分的失真有所增加,这有待进一步提高算法的效果。尽管如此,该方法仍在小波图象压缩的模糊聚类量化领域进行了一次有益的尝试。

### 参考文献

- 夏勇,田捷,戴汝为.一种基于改进的零树小波图象压缩算法[J].软件学报,1999,10(6):626~630.
- 杨福生.小波变换的工程分析与应用[M].北京:科学出版社,2000.
- 吴蒙,鄞广增.势函数聚类网络的映射性能分析[J].南京邮电学院学报,1996,16(1):19~21.
- 吴宇新,余松煜.具有边缘保持特性的静止图象高比率压缩编码

算法[J]. 上海交通大学学报, 1999, 33(9): 1059~1063.

- 5 Gray R M, Neuhoff D L. Quantization [J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1998, 44(6): 2325~2333.



杨旭东 1978年生, 浙江工业大学控制理论与控制工程专业硕士研究生. 研究方向为图象处理.



王万良 1957年生, 教授, 2001年获同济大学控制理论与控制工程专业工学博士学位. 现任浙江省高校重点学科控制理论与控制工程学科带头人、硕士点负责人、自动化研究所所长、研究生部副主任, 兼任中国人工智能学会理事、中国系统仿真学会理事. 主要研究方向为人工智能、图象处理、生产计划与调度、自动控制等. 发表论文60余篇.

## 《中国图象图形学报》文后参考文献编排格式

### 1. 专著、论文集、学位论文、报告

[序号]主要责任者. 文献题名[文献类型标识]. 出版地: 出版者(或存放单位), 出版年. 起止页码.

- 1 刘国钧, 陈绍业, 王凤. 图书馆目录[M]. 北京: 高等教育出版社, 1957: 15~18.
- 2 张筑生. 微分半动力系统的不变集[D]. 北京: 北京大学数学系数学研究所, 1983.

### 2. 期刊文章

[序号]主要责任者. 文献题名[J]. 刊名, 年, 卷(期): 起止页码.

- 1 金显贺, 王昌长, 王忠东等. 一种用于在线检测局部放电的数字滤波技术[J]. 清华大学学报(自然科学版), 1993, 33(4): 62~67.

### 3. 论文集集中的析出文章

[序号]析出文献主要责任者. 析出文献题名[A]. 见(In): 原文献主要责任者(任选). 原文献题名[C]. 出版地: 出版者(或会议地点), 出版年: 析出文献起止页码.

- 1 钟文发. 非线性规划在可燃毒物配置中的应用[A]. 见: 赵玮. 运筹学的理论与应用——中国运筹学会第五届大会论文集[C]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1996: 468~471.
- 2 Middleton V, Owen M J, Elliman D G *et al.* Development in non-axisymmetric filament winding[A]. In: Proceedings of 2nd International Conference on Automated Composite'88 Noordwijkerhout[C]. the Netherlands, 1988: 324~335.

### 参考文献类型及标识

参考文献类型	专 著	论文集	报纸文章	期刊文章	学位论文	报 告	标 准	专 利
文献类型标识	M	C	N	J	D	R	S	P

### 电子文献类型参考文献标识

电子参考文献类型	数据库	计算机程序	电子公告
电子文献类型标识	DB	CP	EB

### 载体类型标识

载体类型	联机网络	磁带	光盘	磁盘
载体标识	OL	MT	CD	DK